

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI VÀO 10 NĂM HỌC 2024 – 2025

MÔN TOÁN – TP HÀ NỘI

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM

Câu 1 (2 điểm).

Cách giải:

Cho hai biểu thức $A = \frac{x}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{2x-3}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

Thay $x=16$ (tmđk) vào A ta có: $A = \frac{16}{\sqrt{16}-3} = \frac{16}{4-3} = 16$

Vậy với $x=16$ thì $A=16$.

2) Chứng minh $B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$.

ĐKXD: $x > 0, x \neq 9$

$$B = \frac{2x-3}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$B = \frac{2x-3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} - \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{2x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$$

Vậy với $x > 0, x \neq 9$ thì $B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$.

3) Tìm tất cả giá trị của x để $A-B < 0$.

$$A-B < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x}-3} - \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-3} < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}-3 < 0 \\ \sqrt{x}-1 \neq 0 \end{cases} \quad (\text{vì } (\sqrt{x}-1)^2 \geq 0)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} < 3 \\ \sqrt{x} \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 9 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện ta có: $0 < x < 9$ và $x \neq 1$

Vậy với $0 < x < 9$ và $x \neq 1$ thì $A - B < 0$.

Câu 2 (2 điểm).

Cách giải:

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Để chở 15 tấn thiết bị phục vụ Lễ kỷ niệm 70 năm chiến thắng Điện Biên Phủ, một đội vận chuyển dự định sử dụng các xe tải loại nhỏ. Do thay đổi kế hoạch, đội vận chuyển quyết định chỉ sử dụng các xe tải loại lớn. Vì vậy, số xe tải sử dụng giảm đi 2 xe so với dự định và mỗi xe loại lớn chở nhiều hơn mỗi xe loại nhỏ là 2 tấn. Hỏi đội vận chuyển sử dụng bao nhiêu xe tải loại lớn? (Biết mỗi xe tải cùng loại đều chở số tấn thiết bị bằng nhau).

Gọi số xe tải loại lớn cần sử dụng để chở hết thiết bị là x (xe) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Theo bài ra ta có số xe tải loại nhỏ cần sử dụng để chở hết thiết bị là $x + 2$ (xe).

Mỗi xe tải loại nhỏ chở được số thiết bị là $\frac{15}{x+2}$ (tấn), mỗi xe tải loại lớn chở được $\frac{15}{x}$ (tấn) nên ta có

$$\text{phương trình: } \frac{15}{x} - \frac{15}{x+2} = 2.$$

$$\Rightarrow 15(x+2) - 15x = 2x(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 15(x+2-x) = 2x^2 + 4x$$

$$\Leftrightarrow 15 \cdot 2 = 2x^2 + 4x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 4x - 30 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3(TM) \\ x = -5(KTM) \end{cases}$$

Vậy đội vận chuyển sử dụng 3 xe tải loại lớn.

2) Một bình đựng nước có dạng hình trụ với bán kính đáy là 4cm và chiều cao là 25cm. Tính diện tích xung quanh của bình đựng nước đó (lấy $\pi \approx 3,14$).

Diện tích xung quanh của bình đựng nước đó là:

$$S_{xq} = 2\pi r.h \approx 2.3,14.4.25 \approx 628 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vậy diện tích xung quanh của bình đựng nước đó là khoảng 628cm^2 .

Câu 3 (2,5 điểm).

Cách giải:

$$1) \text{ Giải hệ phương trình } \begin{cases} \sqrt{3x+1} + 2y = 4 \\ 3\sqrt{3x+1} - y = 5 \end{cases}$$

$$\text{ĐK: } x \geq -\frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} \sqrt{3x+1} + 2y = 4 \\ 3\sqrt{3x+1} - y = 5 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3x+1} + 2y = 4 \\ 6\sqrt{3x+1} - 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3x+1} + 2y = 4 \\ 7\sqrt{3x+1} = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 4 - \sqrt{3x+1} \\ \sqrt{3x+1} = 2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 2 \\ \sqrt{3x+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ 3x+1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ 3x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (tm)} \\ y = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 1)$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m-2)x + 5$.

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta được:

$$x^2 = (m-2)x + 5 \Leftrightarrow x^2 - (m-2)x - 5 = 0 \quad (1)$$

Ta có: $\Delta = (m-2)^2 - 4 \cdot (-5) = (m-2)^2 + 20 > 0$ với mọi m

Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi m

Hay (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm của (d) và (P) . Tìm tất cả giá trị của m để $x_1 + 5x_2 = 0$.

$$\text{Theo hệ thức Vi-ét ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = m-2 & (2) \\ x_1 \cdot x_2 = -5 & (3) \end{cases}$$

$$\text{Xét hệ phương trình: } \begin{cases} x_1 + x_2 = m-2 \\ x_1 + 5x_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x_2 = 2-m \\ x_1 = -5x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{2-m}{4} \\ x_1 = \frac{5(m-2)}{4} \end{cases}$$

$$\text{Thay vào (3) ta được: } \frac{2-m}{4} \cdot \frac{5(m-2)}{4} = -5$$

$$\Leftrightarrow 5(m-2)^2 = 5.16$$

$$\Leftrightarrow (m-2)^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2=4 \\ m-2=-4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=6 \\ m=-2 \end{cases}$$

Vậy $m = 6$ hoặc $m = -2$

Câu 4 (3 điểm).

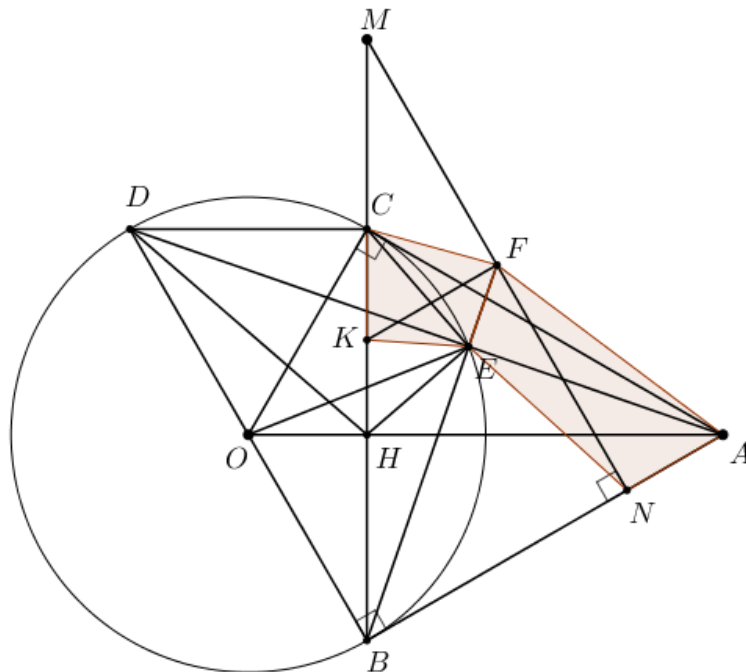
Từ điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O) , kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là hai tiếp điểm).

1) Chứng minh tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp.

2) Vẽ đường kính BD của đường tròn (O) . Gọi E là giao điểm thứ hai của đường thẳng AD và đường tròn (O) . Đường thẳng BC và đường thẳng AO cắt nhau tại H . Chứng minh $AB^2 = AE \cdot AD = AH \cdot AO$ và $\angle HDO = \angle HBE$.

3) Lấy điểm M thuộc tia đối của tia CB . Gọi N là chân đường vuông góc kẻ từ điểm M đến đường thẳng AB . Chứng minh đường thẳng BE đi qua trung điểm của đoạn thẳng MN .

Cách giải:



1) Chứng minh tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp.

Do AB, AC là tiếp tuyến nên $\angle OBA = \angle OCA = 90^\circ$

Xét tứ giác $OBAC$ có $\angle OBA + \angle OCA = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác $OBAC$ nội tiếp (dnhb)

2) **Chứng minh** $AB^2 = AE.AD = AH.AO$ và $\angle HDO = \angle HBE$.

Ta có $AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau), $OB = OC = R$

$\Rightarrow OA$ là trung trực của BC

$\Rightarrow OA \perp BC$ tại H là trung điểm của BC

$\Rightarrow \triangle OAB$ vuông tại B đường cao BH

$\Rightarrow AB^2 = AH.AO$ (hệ thức lượng) (1)

Xét $\triangle ABE$ và $\triangle ADB$ có

$\angle BAD$ chung

$\angle ABE = \angle ADB$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung EB)

$\Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle ADB$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow AB^2 = AD.AE \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $AB^2 = AE.AD = AH.AO$

Ta có $\angle AHB = \angle AEB = 90^\circ \Rightarrow ABHE$ nội tiếp (dnhb)

$\Rightarrow \angle CBE = \angle EAH$

Ta có $OB^2 = OH.OA$ (hệ thức lượng)

$$\Rightarrow OD^2 = OH.OA \Rightarrow \frac{OD}{OA} = \frac{OH}{OD}$$

Xét $\triangle OHD$ và $\triangle ODA$ có $\frac{OD}{OA} = \frac{OH}{OD}$ và $\angle AOD$ chung

$\Rightarrow \triangle OHD \sim \triangle ODA$ (c.g.c)

$\Rightarrow \angle ODH = \angle OAD$

$\Rightarrow \angle ODH = \angle CBE$

c) Chứng minh đường thẳng BE đi qua trung điểm của đoạn thẳng MN.

Gọi K là trung điểm của BM, gọi F là giao điểm của BE và MN

Ta có $\triangle BNM \sim \triangle BHA$ (g.g) ($\angle BNM = \angle BHA = 90^\circ$, $\angle ABM$ chung)

$$\Rightarrow \frac{BN}{BH} = \frac{BM}{BA} \Rightarrow BA.BN = BM.BH = 2BK.\frac{1}{2}BC = BK.BC \quad (3)$$

Ta có $\angle ANF = \angle AEF = 90^\circ \Rightarrow ANEF$ nội tiếp (dnhb)

$$\Rightarrow \triangle BNE \sim \triangle BFA$$
 (g.g) $\Rightarrow BN.BA = BE.BF \quad (4)$

Từ (3) và (4) suy ra $BE.BF = BK.BC \Rightarrow \triangle BEK \sim \triangle BCF$ (c.g.c)

$\Rightarrow \angle BEK = \angle BCF$

$\Rightarrow EFCK$ nội tiếp

$$\Rightarrow \angle KFE = \angle KCE = \angle ABF$$

$$\Rightarrow KF \parallel AB \text{ (2 góc so le trong bằng nhau)}$$

Mà K là trung điểm của BM

$$\Rightarrow F \text{ là trung điểm của MN (tính chất đường trung bình)}$$

Vậy đường thẳng BE đi qua trung điểm của đoạn thẳng MN.

Câu 5 (0,5 điểm).

Với các số thực dương x và y thỏa mãn $x + y + xy = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{3}{x+y} - xy$.

Cách giải:

$$\text{Ta có } xy \leq \frac{(x+y)^2}{4} \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow x + y + xy \leq x + y + \frac{(x+y)^2}{4}$$

$$\Rightarrow 3 \leq x + y + \frac{(x+y)^2}{4}$$

$$\Rightarrow x + y \geq 2$$

$$\text{Ta có: } P = \frac{3}{x+y} - xy = \frac{3}{x+y} - (3 - x - y) = \frac{3}{x+y} + x + y - 3$$

$$= \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x+y} + \frac{x+y}{4} + \frac{x+y}{4} + \frac{x+y}{4} + \frac{x+y}{4} - 3$$

$$\geq 6\sqrt[6]{\frac{1}{(x+y)^3} \cdot \frac{(x+y)^3}{64}} + \frac{x+y}{4} - 3$$

$$\geq 3 + \frac{2}{4} - 3 = \frac{1}{2}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} x = y > 0 \\ (x+y)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1 \text{ (tmđk)}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là $\frac{1}{2}$ khi $x = y = 1$

----- HẾT -----